

2017 年度入學 第Ⅲ期
日本大學聯合學力測試
數 學（理科）

2016 年 7 月實施

（90 分鐘）

在考試開始前請勿打開本考卷，仔細閱讀下述注意事項。

請填寫考試編號與姓名。

注意事項

1. 考卷共 7 頁。
2. 答題紙為單面 1 張。
3. 若發現本考卷存在印刷不清晰、缺頁、錯頁或答題紙受損時，請舉手告知監考老師。
4. 考卷上共有 4 大項必答題目。
5. 答題紙上請同樣填寫准考证號與姓名。
6. 答題時請務必使用黑色鉛筆，將答案填寫在答題紙指定欄中。
7. 考卷上可書寫筆記或計算草稿等。
8. 考試結束時，請再次確認准考证號、姓名，並按照監考老師指示提交答題紙與考卷。

准考证號	姓名

1 求下列方框中的值：A 到 X。

(1) 已知一元二次方程 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 的兩個根中，較大的為 α ，則：

$$\alpha = \boxed{A} + \sqrt{\boxed{B}}$$

同時， α 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則：

$$a = \boxed{C}, b - \frac{3}{b} = \boxed{DE}$$

(2) 已知， $x = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$ ， $y = \frac{1}{\sqrt{3}-1}$ ，

$$x + y = \sqrt{\boxed{F}},$$

$$xy = \frac{\boxed{G}}{\boxed{H}},$$

$$x^3 + y^3 = \frac{\boxed{I} \sqrt{\boxed{J}}}{\boxed{K}}$$

(3) 已知，在三角形 ABC 中， $AB = 5$ ， $BC = 2\sqrt{6}$ ， $CA = 3$ ，

$$\cos \angle BAC = \frac{\boxed{L}}{\boxed{M}}$$

三角形 ABC 的面積為 S ，其外接圓的半徑為 R ，

$$S = \boxed{N} \sqrt{\boxed{O}},$$

$$R = \frac{\boxed{P} \sqrt{\boxed{Q}}}{\boxed{R}}$$

(4) 已知，實數 x, y 滿足以下條件：

$$2^x = 3, 4^y = 36$$

$$x = \log_2 \boxed{S}, y = \log_2 \boxed{T} + \boxed{U}$$

同時， a 和 b 滿足以下條件 $\log_{10} 2 = a, \log_{10} 3 = b$ ，

$$x + y = \frac{\boxed{V}}{a} b + y \boxed{W}$$

2 求下列方框中的值： \boxed{A} 到 \boxed{YZ} 。

(1) 已知 k 為實常數，關於 x 的一元二次方程：

$$x^2 + 2(3 - 2k)x + k = 0 \quad \dots(*)$$

有等根，此時：

$$k = \boxed{A}, \frac{\boxed{B}}{\boxed{C}}$$

當方程(*)的等根為負數時，其等根為：

$$x = \boxed{DE}$$

(2) 已知等比數列 $\{a_n\}$ 滿足條件： $a_5 = 48$ ， $a_9 = 768$ ，

$$\text{首項 } a_1 = \boxed{F}, \text{ 公比為 } \boxed{G}$$

則用含 n 的代數式來表示數列第 n 項 a_n 的值為：

$$a_n = \boxed{H} \cdot \boxed{I}^{n-\boxed{J}}$$

同時，

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{10}} = \frac{\boxed{KLM}}{\boxed{NOP}}$$

(3) 已知 a 為實常數，且 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 。若關於 θ 的方程：

$$2 \sin(\theta + 30^\circ) = a \quad \dots(*)$$

的解為 $\theta = 90^\circ$ ，則：

$$a = \sqrt{\boxed{Q}}$$

同時，滿足方程(*)的 θ 的另一個解 ($\theta = 90^\circ$ 以外的解) 為：

$$\theta = \boxed{RS}^\circ$$

(4) 已知 m 為實常數。

$$\text{圓 } C: x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$$

$$\text{直線 } l: mx - y + m - 3 = 0$$

則 C 的圓心座標為 (\boxed{T} , \boxed{U})，半徑為 \boxed{V} 。

同時， C 與 l 相交於兩點，則：

$$m > \frac{\boxed{WX}}{\boxed{YZ}}$$

3 求下列方框中的值： \boxed{ABC} 到 \boxed{QR} 。

紅色、藍色、黃色的卡片各有 6 張，每組相同顏色的 6 張卡片上分別寫有號碼 1 到 6。將這 18 張卡片裝進一個袋子裡，之後一次性取出三張卡片。

(1) 取出的三張卡片共有 \boxed{ABC} 種組合方式。其中，取出的三張卡片均為紅色的組合方式共有 \boxed{DE} 種。此外，取出的三張卡片中，至少有一張上的號碼為 1 的組合方式共有 \boxed{FGH} 種。

(2) 假設 A, B 兩種情況分別代表：

A ：取出的三張卡片均為相同顏色

B ：取出的三張卡片上的號碼連續

a, b 滿足下列條件：

若 A 情況發生則 $a = 1$ ，若 A 情況不發生則 $a = 0$

若 B 情況發生則 $b = 1$ ，若 B 情況不發生則 $b = 0$

則：

$$a = 1 \text{ 的概率為 } \frac{\boxed{I}}{\boxed{JK}}, b = 1 \text{ 的概率為 } \frac{\boxed{L}}{\boxed{MN}}$$

$$a = 0 \text{ 且 } b = 0 \text{ 的概率為 } \frac{\boxed{OP}}{\boxed{QR}}$$

4 求下列方框中的值：AB 到 A'。

[1] 已知 a 為常數。以下為關於 x 的兩個不等式：

$$x^2 - x - 2 > 0 \quad \dots\textcircled{1}$$

$$x^2 - (a+4)x + 4a \leq 0 \quad \dots\textcircled{2}$$

(1) 不等式①的解為：

$$x < \text{AB} , \text{C} < x$$

(2) 已知滿足不等式②的實數 x 只有一個，則 a 的值為：

$$a = \text{D}$$

此時，不等式②的解為：

$$x = \text{E}$$

(3) 已知同時滿足不等式①，②的整數 x 有三個，則 a 的取值範圍為：

$$\text{FG} < a \leq \text{HI} , \text{J} \leq a < \text{K}$$

[2] 已知 a, b 為常數，關於 x 的二次函數的運算式為 $y = -2x^2 + ax + b$ ，其拋物線為 G_1 。

G_1 通過點 $(1, -3)$ 。

(1) 已知 $b = -a - \boxed{\text{L}}$ ，

則 G_1 的頂點座標為：

$$\left(\frac{a}{\boxed{\text{M}}}, \frac{a^2}{\boxed{\text{N}}} - a - \boxed{\text{O}} \right)$$

若 G_1 與 x 軸相交於兩點，則 a 的取值範圍為：

$$a < \boxed{\text{P}} - \boxed{\text{Q}} \sqrt{\boxed{\text{R}}}, \boxed{\text{P}} + \boxed{\text{Q}} \sqrt{\boxed{\text{R}}} < a$$

(2) 關於 x 的二次函數 $y = 2x^2 - ax - b$ 的拋物線為 G_2 。 G_1, G_2 與 y 軸的交點分別為 M, N 。

若 M 的縱坐標大於 N 的縱坐標，則 a 的取值範圍為：

$$a < \boxed{\text{ST}}$$

此時， G_1 與 x 軸相交於 A, B 兩點。

$$AB = \frac{\boxed{\text{U}}}{\boxed{\text{V}}} \sqrt{a^2 - \boxed{\text{W}}a - \boxed{\text{X}}}$$

若 $AB:MN = 5:4$ ，則：

$$a = \frac{\boxed{\text{YZ}}}{\boxed{\text{A}'}}$$